

# Lineární algebra : Úvod

(1. přednáška)

Daniel Dombek, Luděk Kleprlík,  
Karel Klouda

[daniel.dombek@fit.cvut.cz](mailto:daniel.dombek@fit.cvut.cz), [ludek.kleprlik@fit.cvut.cz](mailto:ludek.kleprlik@fit.cvut.cz),  
[karel.klouda@fit.cvut.cz](mailto:karel.klouda@fit.cvut.cz)

Katedra aplikované matematiky  
Fakulta informačních technologií

České vysoké učení technické v Praze

LS 2021/2022

vytvořeno: 15. února 2022, 13:47

# Hlavní body

- 1 Organizace předmětu
- 2 Studijní materiály
- 3 Proč se učit lineární algebru
- 4 Aplikace lineární algebry

# Kdo Vás bude učit

## **Přednášející:**

Daniel Dombek (A-1429, KAM), garant předmětu

## **Cvičící:**

Daniel Dombek, Marta Nollová, Jiřina Scholtzová, Jaroslav Zhouf

# Za co dostanete zápočet

## Zápočet:

- Na cvičení se budou psát dva nebo tři zápočtové testy, za **12 + 12 + 16 bodů**,
- První test se píše v 5. týdnu, druhý v 8. týdnu, třetí pravděpodobně v 11. týdnu (a možná hromadně mimo cvičení).
- Zápočet získají pouze ti studenti, kteří ze všech zápočtových písemek získají v součtu alespoň **20 bodů**. Body z jiných aktivit zápočet neovlivňují.
- V MARASTu budou postupně otevřeny čtyři kvízy, budou **dobrovolné** a za každý lze získat **2 body** na přilepšenou k úspěšné zkoušce.
- Dále budou v MARASTu (asi od 3.týdne) dostupné týdenní testíky znalostí po cvičení – nebodované ale doporučené, se symbolicky vyhodnocovanými příklady.
- Opravná písemka **neexistuje**.
- Dřívější zápočty se **neuznávají**.

# Za co dostanete zkoušku

Zkouška bude **písemná** a bude mít tři části, celkově za **54 bodů**:

- (0 až 6 bodů) otázky s nabídkou odpovědí,
- (0 až 28 bodů) teoretické úlohy, definice, pojmy, věty, důkazy,
- (0 až 20 bodů) početní úlohy.

Pro získání známky musíte získat **alespoň 27 bodů** z celé písemky a **alespoň 2 body** z každé ze tří částí.

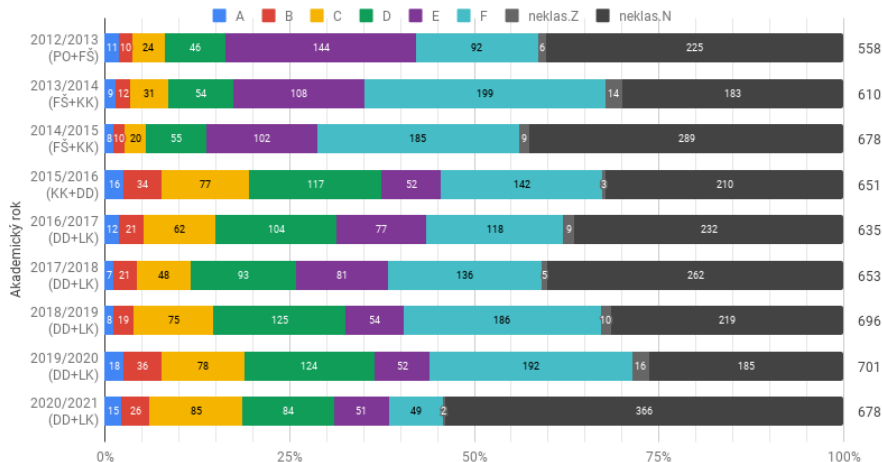
- Celkem tedy můžete získat až **102 bodů**.
- Znamky se pak určují klasicky:
  - A: 90 a více bodů
  - B: 80 až 89,5 bodů
  - C: 70 až 79,5 bodů
  - D: 60 až 69,5 bodů
  - E: 50 až 59,5 bodů
  - F: méně než 50 bodů
- **Body se nezaokrouhlují.**
- **Tato pravidla se dodržují!**



# Motivace

## Úspěšnost u BI-LIN v letech 2012-2022 (B122-B202)

(normováno podle počtu zapsaných studentů)



**Obrázek:** Studium BI-LIN se vyplatí. Doporučuje 267 ze 678 studentů!

# Hlavní body

- 1 Organizace předmětu
- 2 Studijní materiály**
- 3 Proč se učit lineární algebru
- 4 Aplikace lineární algebry

# Z čeho se učit

- **Přednášky:** poloviční hodinová dotace! Témata přehledově, výběrově.
- Každý týden si teorii doplňte ze zveřejněných videí:
  - a) tabletová z LS 2020/21, plně kompatibilní
  - b) záznamy přednášek z LS 2018/19, drobné rozdíly v definici dimeze
- Studijní text (Courses) doplněný vlastními poznámkami. Drobné změny (opravy překlepů či nejasností) nelze vyloučit..
- Pdf dokumenty ke cvičení (Courses). Cvičení budou probíhat standardně.
- Podpůrná cvičební videa: delší od JSpv a kratší počítací DD+LK (Courses).

Další zdroje v zásadě **nejsou potřeba**.

Jelikož kurz lineární algebry se učí prakticky na všech technických školách na světě, existuje nepřeberné množství materiálů. Mějte však na paměti, že jak značení, tak míra obecnosti, rozsah látky, nebo i posloupnost postupného odvozování teorie se mohou **značně lišit!**

Pro rozvinutí jisté intuice a představivosti (ne však jako studijní materiál!) můžeme doporučit cyklus videí Essence of linear algebra na Youtube kanálu [3Blue1Brown](#)



# Hlavní body

- 1 Organizace předmětu
- 2 Studijní materiály
- 3 Proč se učit lineární algebru**
- 4 Aplikace lineární algebry

# Proč se učit lineární algebru

Lineární algebra se vyučuje skoro na všech technických školách, stejně jako matematická analýza. V rámci lineární algebry se totiž naučíte mimo jiné:

- Práci s maticemi (matrix theory).
  - Matice jsou jedním ze základních pojmů technických a ekonomických oborů.
  - Na FIT se s nimi setkáte v mnoha předmětech, např. díky jejich souvislosti s teorií grafů, použití ve statistice atp.
- Řešení soustav lineárních rovnic.
  - Mnoho technických problémů se nakonec redukuje na problém řešení soustavy lineárních rovnic (je to jedna z mála věcí, kterou umíme uspokojivě řešit).
  - Příklady: zpracování dat (big data), regresní analýza, zpracování GPS signálu, numerické řešení diferenciálních rovnic, atd.
- Báze lineárního prostoru a transformace.
  - Počítačová grafika se bez pojmu báze a bez různých transformací a projekcí (tj. násobení maticí resp. aplikování lineárního zobrazení) prostoru ani nehne (viz dále).
- ... kryptografie, vlastní čísla a page rank, DFT a FFT, programování her, analýza PCA ...
- V neposlední řadě je to výborný trénink **logického myšlení, precizního vyjadřování a argumentace!**

# Navazující předměty na FIT (výběr)

- Zpracování dat, big data (vícerozměrná optimalizace, regresní analýza):
  - BI-VZD Vytěžování znalostí z dat
  - BI-VMM Vybrané matematické metody
  - NI-ADM Algoritmy data miningu
  - NI-MPI Matematika pro informatiku
  - NI-LOM Lineární optimalizace
- Počítačová grafika:
  - BI-PGR Počítačová grafika
  - BI-MGA Multimediální a grafické aplikace
  - BI-SVZ Strojové vidění a zpracování obrazu
- NI-MKY Matematika pro kryptologii, NI-MZI Matematika pro znalostní inženýrství, . . .

# Hlavní body

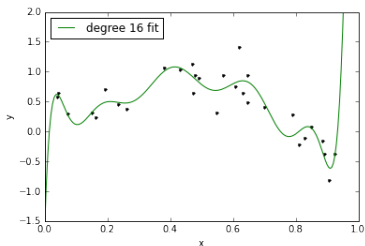
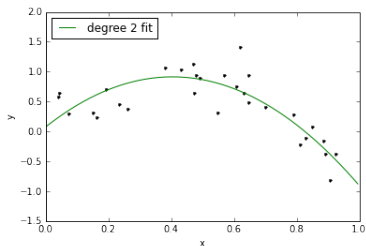
- 1 Organizace předmětu
- 2 Studijní materiály
- 3 Proč se učit lineární algebru
- 4 Aplikace lineární algebry

# Samoopravovací kódy

- Téměř při každém způsobu přenosu digitálního signálu vznikají chyby (vynechání/změna jednotlivých bitů).
- Samoopravovací kódy umožňují tyto chyby detekovat a dokonce i (do jisté míry) opravit.
- Cenou za tuto schopnost je nutnost přenášet více dat a navíc při vysílání a přijímání trochu počítat.
- **Co se naučíte:** Ukážeme si, jak fungují **lineární kódy**. Uvidíte, že jsou to vlastně množiny řešení soustav lineárních rovnic nad konečnými tělesy.

# Lineární regrese a metoda nejmenších čtverců

- Lineární regrese je jedna z nejzákladnějších metod statistiky, ekonometrie, strojového učení a znalostního inženýrství vůbec.
- Nejobvyklejší výpočetní metoda spojená s lineární regresí je **metoda nejmenších čtverců**.



- Vlastně se jedná o problém „řešení“ soustav lineárních rovnic, která řešení nemají.

- **Počítačová grafika** je v mnoha směrech aplikací lineární algebry.
- Mnoho operací (otočení/posunutí scény, projekce z 3D do 2D atp.) jsou vlastně lineární transformací a tedy vlastně „násobením bodů“ vhodnou maticí.
- Lehký úvod a ukázky najdete např. zde:  
[https://math.dartmouth.edu/archive/m22s07/public\\_html/VectorSlides.pdf](https://math.dartmouth.edu/archive/m22s07/public_html/VectorSlides.pdf)
- **Co se naučíte:** Pochopit, proč násobení maticí může znamenat pohyb či deformaci objektu.

# PCA – Principal component analysis

- Máme-li vícedimenzionální data, je těžké je vizualizovat tak, abychom alespoň trochu tušili, co se v nich skrývá.
- PCA je jedna ze základních metod, která nám srozumitelnou vizualizaci (někdy) umožňuje.
- Zde najdete lehké vysvětlení: <http://setosa.io>
- Vlastně se jedná o pouhé hledání vlastních čísel a vlastních vektorů matice.



## Další aplikace, které během studia možná potkáte

- **Lineární programování:** problém optimalizace lineární funkce (více proměnných), kde se řešení hledá na množině definované soustavou lineárních (ne)rovníc.
- **Diskrétní Fourierova transformace:** jedná se o prachobyčejný přechod od jedné báze k jiné, dovoluje to ovšem z digitálního signálu vykukat frekvence, ze kterých je složený.
- **PageRank**, na němž je postaven Google search algorithm (Page není „stránka“ ale příjmení *of Larry Page*). Jedná se vlastně o hledání vlastního vektoru matice reprezentující graf.