

Příklad 1. (5b) Uveďte příklad funkce mající v bodě $a = 1$ lokální extrém a současně nemající derivaci v tomto bodě. Svá tvrzení pečlivě dokažte.

Příklad 2. (5b) Budte $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ omezená posloupnost a $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ posloupnost s limitou 0. Platí, že posloupnost $(a_n b_n)_{n=1}^{\infty}$ má limitu nula? Své tvrzení dokažte nebo vyvráťte.

Příklad 3. (5b) Uveďte příklady dvou řad:

- konvergentní řada, jejíž součet je $2e$,
- řada, jejíž členy nemají pouze kladné (nebo pouze záporné) členy a jejíž posloupnost částečných součtů má za limitu $+\infty$.

Uvedené vlastnosti vždy pečlivě ověřte/vysvětlete.

Příklad 4. (5b) Nechť funkce f má primitivní funkci $\cos(x)$ na \mathbb{R} . Určete primitivní funkci k funkci $\frac{f(\ln x)}{x}$. Podrobně popište jak jste k svému výsledku dospěli a jaké věty a kde jste využili.

Příklad 5. (5b) Nalezněte všechny lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

a určete jejich typ.

Příklad 6. (5b) Rozhodněte o konvergenci číselné řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\sqrt{k^2 + 2} - k \right).$$

Uveďte, jaká kritéria/věty využíváte.

Příklad 7. (5b) Pro funkci

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$$

vypočtete druhý Taylorův polynom $T_{2,1}$ v bodě $a = 1$ a odhadněte možnou chybu $|f(x) - T_{2,1}(x)|$ pro $x \in \langle 0, 2 \rangle$.

Příklad 8. (5b) Vypočtete plochu rovinného útvaru ohraničeného křivkami

$$x = 0, \quad x = 1, \quad y = x \ln(x), \quad y = -2x \ln(x).$$

Načrtněte obrázek daného útvaru!