

Příklad 1. (5b) Buďte $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ omezená posloupnost a $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ posloupnost s limitou 0. Platí, že posloupnost $(a_n b_n)_{n=1}^{\infty}$ má limitu nula? Své tvrzení dokažte nebo vyvráťte.

Příklad 2. (5b) Pro funkci f zformulujte postačující podmínku existence primitivní funkce k funkci $\frac{f(\ln x)}{x}$ a tuto primitivní funkci najděte.

Příklad 3. (5b) Uveďte příklad funkce mající v bodě $a = 1$ lokální extrém a současně nemající derivaci v tomto bodě. Svá tvrzení pečlivě dokažte.

Příklad 4. (7 bodů) Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci číselné řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sqrt{k}}{k^2 + k}.$$

Příklad 5. (7 bodů) Nalezněte lokální extrémy a určete intervaly monotonie funkce

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 1}.$$

Příklad 6. (7 bodů) Vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{e^{x^2} - \cos x}.$$

Příklad 7. (7 bodů) Vypočtěte n tý Taylorův polynom funkce $f(x) = \sin 2x$ v bodě 0. Určete n tak, aby chyba $|f(x) - T_n(x)|$ pro $x \in \langle 0, \pi/2 \rangle$ byla menší než $\varepsilon = 10^{-6}$ (není nutné příklad numericky dopočítávat).

Příklad 8. (7 bodů) Vypočítejte určitý integrál

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin x} dx.$$